

Statistisch Redeneren - Random Variables

Robin Wacanno

February 2019

1. 1. $\frac{1}{5}$
- 2.

$$p_Y(y) = \begin{cases} \frac{2}{5} : x = 0 \\ \frac{3}{5} : x = 1 \\ 0 : elders \end{cases}$$

3. $\frac{3}{5}$
4. $\frac{3}{5}$

2. 1.

$$\begin{aligned} E(X - m) &= E(X) - m \\ &= E(X) - E(X) \\ &= 0 \blacksquare \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{X - m}{s} \\ &= \frac{1}{s} \cdot X - \frac{m}{s} \end{aligned}$$

dus :

$$\begin{aligned} E(Y) &= E\left[\frac{1}{s} \cdot X - \frac{m}{s}\right] \\ &= \frac{1}{s} \cdot (E(X) - m) \\ &= \frac{1}{s} \cdot 0 \\ &= 0 \blacksquare \end{aligned} \tag{2}$$

en :

$$\begin{aligned} Var(Y) &= Var\left[\frac{1}{s} \cdot X - \frac{m}{s}\right] \\ &= \frac{1^2}{s} \cdot Var(X) \\ &= \frac{1^2}{s} \cdot s^2 \\ &= 1 \blacksquare \end{aligned}$$

3. 1. Er moet gelden:

$$\int_{-\infty}^{\infty} c(1-x^2) = 1$$

dus:

$$\int_{-1}^1 c(1-x^2) = 1$$

$$\int_{-1}^1 c - cx^2 = 1$$

$$[cx - \frac{1}{3}cx^3]_{-1}^1 = 1$$

$$c = \frac{3}{4}$$

4. 1. Voor een normale discrete stochast geldt:

$$E(X) = \sum_x x \cdot P_X(x)$$

Als we deze vergelijking op de Bernoulli-verdeling toepassen krijgen we:

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) \\ &= p \blacksquare \end{aligned} \tag{3}$$

2. Voor een normale discrete stochast geldt:

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2]$$

Als we deze vergelijking op de Bernoulli-verdeling toepassen krijgen we:

$$E(X^2) = 1^2 \cdot p + 0^2 \cdot (1-p) = p$$

en :

$$\begin{aligned} Var(X) &= E[(X - E(X))^2] \\ &= E(X^2) - E(X)^2 \end{aligned} \tag{4}$$

dus :

$$\begin{aligned} &= p - p^2 \\ &= p(1-p) \blacksquare \end{aligned}$$

5. 1.

$$E(X) = \frac{1}{2} \cdot (a+b)$$

dus voor $a = 0$ en $b = 1$:

$$E(X) = \frac{1}{2}$$

2.

$$Var(X) = \frac{1}{12} \cdot (b - a)^2$$

dus voor $a = 0$ en $b = 1$:

$$Var(X) = \frac{1}{12}$$