

Benadering van π op grafische wijze met behulp van Processing

Matching - Rapport

Robin Wacanno

Introductie

Een alom bekend en vaak in wiskundige context gebruikte constante is dat welke gerepresenteerd wordt met de Griekse letter π . Men kan zich echter afvragen hoe de waarde van zo'n fundamentele constante bepaald wordt. Hier blijken, wegens de specifieke wiskundige eigenschappen van π meerdere manieren voor te zijn. Voor dit practicum echter, werd gekeken naar een in hoge mate grafische manier om de waarde van π te benaderen. Hiervoor werd - in hypothetische zin uiteraard - een vierkant genomen waarbinnen een zo groot mogelijke cirkel werd geplaatst waarop vervolgens pijltjes werden geschoten. Door dit te doen werden twee getallen verkregen: het aantal pijltjes dat binnen zowel binnen het vierkant als de cirkel terecht kwam (N) en het aantal pijltjes dat enkel binnen de cirkel terecht kwam (M). Met de waardes N en M en in het bijzonder met de verhouding tussen de twee waardes moest vervolgens π benaderd worden.

Wiskundige basis

De uitvoering van dit experiment moest natuurlijk wel wiskundig gegrond zijn, dus moest er een verband gevonden worden tussen de verhouding van N en M en het getal π . Nou speelt π in het geval van een cirkel een rol bij het bepalen van diens oppervlakte; namelijk:

$$A = \pi \cdot r^2 \quad (1)$$

Over de oppervlakte van het vierkant is het volgende waar omdat de cirkel het vierkant vult:

$$A = 4r^2 \quad (2)$$

Vervolgens bestaat er tussen deze oppervlaktes een verhouding:

$$v_{oppervlakte} = \frac{A_{cirkel}}{A_{vierkant}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4r^2} \quad (3)$$

Dit kan worden herleid tot:

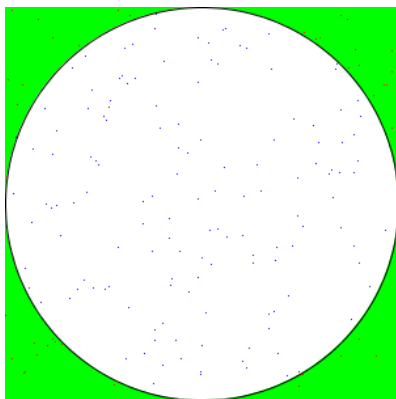
$$v_{oppervlakte} = \frac{1}{4} \cdot \pi \quad (4)$$

Hiermee is een simpele op π gebaseerde verhouding vastgesteld tussen de oppervlaktes van het vierkant en de cirkel. Ieder pijltje dat in dit experiment wordt gegooid kan gelijk staan aan een oppervlakte eenheid en dus kan het volgende gesteld worden:

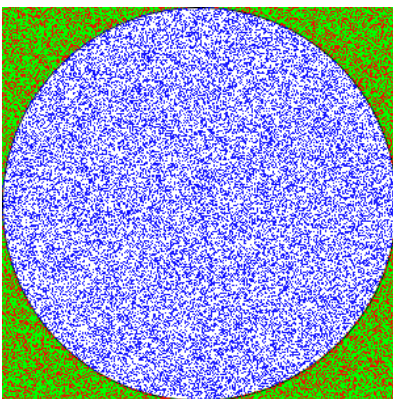
$$v_{oppervlakte} = v_{N,M} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot \pi = \frac{M}{N} \quad (5)$$

Grafische implementatie in Processing

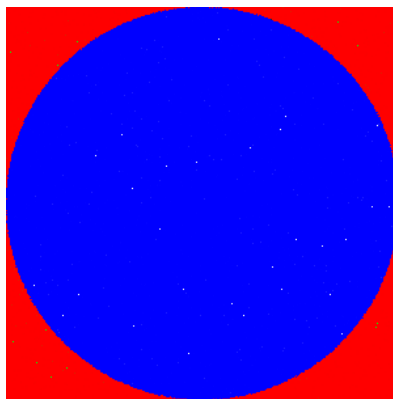
In processing is vervolgens de grafische benadering van π , welke in drie stadia in de onderstaande figuren zijn weergegeven, geïmplementeerd. Het Processing Bestond uit een aantal onderdelen met ieder zijn eigen functie. Allereerst werden de cirkel (in het wit) en het vierkant (in het groent) getekend (zie figuur 1). Vervolgens worden herhaaldelijk voor iedere frame de volgende handelingen uitgevoerd: willekeurige x- en y-coördinaten voor het 'pijltje' worden gegenereerd; met deze coördinaten wordt - door gebruik te maken van Pythagoras - bepaald of dit pijltje binnen de cirkel terecht komt of niet; indien het pijltje binnen de cirkel licht wordt hij op zijn correcte locatie blauwgekleurd getekend (zie figuur 2) en wordt M met 1 verhoogd; als het pijltje buiten de cirkel licht wordt hij roodgekleurd getekend (zie tevens figuur 2); in beide gevallen wordt N uiteraard ook nog verhoogd en als laatste wordt met de tot dan toe behaalde N - en M -waardes een benadering van π in de console geprint. Figuur 3 laat de grafische weergave zien nadat op haast iedere pixel een pijltje is terecht gekomen.



figuur 1.



figuur 2.



figuur 3.

Resultaten en discussie

In de console was tijdens het uitvoeren van het programma de constante uitvoer van de benadering te zien. Deze werd zoals in de extra opdrachten beschreven werd ook nog als in een assenstelsel geplot tegen de tijd. Op basis hiervan kon worden vastgesteld dat na het gooien van een bepaalde hoeveelheid pijltjes de door het programma gegenereerde benadering aardig bij π in de buurt kwam. Er bleek echter dat de benadering nooit helemaal bij π in de buurt kwam. Hiervoor zijn meerdere verklaringen te bedenken, maar de meest voor de hand liggende zou de manier zijn waarop de willekeurige waardes voor de x- en y-coördinaten worden gegenereerd. Zeker vanwege de cumulatieve eigenschappen van de waardes binnen het programma zal na het verstrijken van tijd een afwijking ontstaan ofwel hoger, ofwel lager dan de te bereiken waarde. Om dit proces te verbeteren zou dus een betere manier gezocht moeten worden om willekeurige getallen te genereren.