

Toets 4
Naam:

studentnr:

1. Polynoomvermenigvuldiging: Als $n = 2^k$ en a en b zijn polynomen van graad $n-1$ (bv: $a = x^7 + 2x^6 + \dots + x + 1$), dan kunnen we a en b (ook) vermenigvuldigen door $ab = (a_0b_0)x^n + (a_0b_1 + a_1b_0)x^{\frac{n}{2}} + a_1b_1$ te gebruiken, waarbij a_0, a_1, b_0 en b_1 polynomen van de graad $\frac{n}{2} - 1$ zijn. Gebruik deze methode om $x^3 + 2x^2 + x + 2$ en $2x^3 + x^2 + 2x + 1$ met elkaar te vermenigvuldigen. NB: als u onderweg dezelfde polynoomvermenigvuldiging tegenkomt hoeft deze uiteraard maar één keer uitgevoerd te worden.

Antwoord: $a_0b_0 = a_0b_1 = a_1b_0 = a_1b_1 = (x+2)(2x+1) = 2x^2 + 5x + 2$

Dus antwoord: $(2x^2 + 5x + 2)x^4 + (4x^2 + 10x + 4)x^2 + 2x^2 + 5x + 2$
 $(= 2x^6 + 5x^5 + 6x^4 + 10x^3 + 6x^2 + 5x + 2)$

Er ontstond bij deze verdeling ernstige verwarring met de (andere) verdeling van polynomen die bij FFT van toepassing is. Vereist was divide & conquer te gebruiken, maar er kwamen hele rare polynomen uit. De ene keer had het productpolynoom graad 10, de andere keer slechts 3. Ik heb geprobeerd zoveel mogelijk punten te geven aan een goede start (uiteraard 6 aan een goede finish).

2. Op college hebben we gezien dat het programma:

```
1: input  $x$ 
2: Run  $\{x\}(x)$  for  $2^{|x|}$  steps
3: if  $\{x\}(x)$  has not stopped then whatever()
4: else
5:   Accept iff  $\{x\}(x) = 0$ 
6: end if
```

Een taal herkent die in EXP maar niet in P zit. Is dat optimaal? Dwz. Is er misschien ook een klasse C met $P \subsetneq C \subsetneq \text{EXP}$? Zo ja, hoe zien we dat? Zo nee, waarom niet?

Antwoord: Wegens het padding lemma (je komt elk programma oneindig vaak tegen), en de simulatie-resultaten van verschillende Turingmachines (kan altijd in poly-tijd of sneller), is elke superpolynomiale tijdgrens (dwz als de exponent van n maar niet constant is) voldoende om deze diagonalisatie door te voeren. Een klein beetje meer dan polynomiale tijd (bijvoorbeeld $n^{\log n}$) volstaat. Een voorbeeld is dus $P \subsetneq \text{DTIME}(n^{\log n}) \subsetneq \text{EXP}$.

Voor het goede antwoord (ja er is een klasse tussen, of nee het is niet optimaal) heb ik geprobeerd een paar punten te geven mits er iets van een herkenbare redenering aanwezig was.