

Vierde serie sommen.

De problemen in deze serie zijn variaties op (soms tientallen jaren) oudere versies. Het is u niet verboden (zelfs aangeraden) bronnen te raadplegen om inspiratie voor de oplossing op te doen. Als u die inspiratie vindt, wil ik graag weten waar die gevonden kan worden, zoals het in de wetenschap betamelijk is. Ik wil uit uw antwoord kunnen opmaken dat u tenminste begrijpt wat de oplossing is. Een enkele verwijzing volstaat dus niet als antwoord. Zorg er ook voor dat ik uw antwoord niet kan terugvinden door bijvoorbeeld op stackoverflow, geeks-for-geeks of google te zoeken. Dwz. laat uw antwoord zo origineel mogelijk lijken.

De 8-e machts eenheidswortels staan in de volgende tabel (onder voorbehoud van drukfouten).

	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1							
2	1	-1						
4	1	i	-1	$-i$				
8	1	$\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{i}{2}\sqrt{2}$	i	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{i}{2}\sqrt{2}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{i}{2}\sqrt{2}$	$-i$	$\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{i}{2}\sqrt{2}$

- Controleer de waarden van de tabel (met de hand).
 - Evalueer met de hand de waarden van de polynoom $-6+11x+2x^2-x^3+3x^4-4x^5+5x^6-2x^7$ in de 8-e machts eenheidswortels met behulp van de discrete Fourier transformatie.
 - Controleer uw antwoord bijvoorbeeld met behulp van Horner product. Let op: “klopt” is het goede antwoord, maar krijgt geen punten.
 - Pas de inverse Fourier transformatie toe om de coëfficiënten terug te krijgen.
- Gebruik de Fourier transformatie (en de inverse Fourier transformatie) om de polynomen $-2x^3+3x^2+3x-2$ en $x^4-x^3+2x^2-x+3$ met elkaar te vermenigvuldigen.
- Beschrijf een versie van de Fourier transformatie die speciaal geschikt is als n een macht van 3 is. De polynoom wordt dan telkens in drie delen gedeeld, en na terugkomst uit de recursie weer samengesteld. Geef de recurrente betrekking voor de recursie en gebruik de Akra-Bazzi stelling om die op te lossen.
 - In de vorige stelling hebben we een algoritme ontworpen om een polynoom die 0 is in de punten $\{x_1, \dots, x_{n-1}\}$ te vinden. Hoe kan de Fourier transformatie gebruikt worden om de complexiteit van dat algoritme naar beneden te krijgen? Wat is de nieuwe bovengrens?