Deeltoets 1 (voorbeeld)

`De toets bestaat uit 5 opgaven. Lees de opgaven zorgvuldig, schrijf duidelijk en beargumenteer je antwoorden. Schrijf op elk ingeleverd blad je naam en je collegekaartnummer. Succes!`

1. We beschouwen talen over het alfabet $\Sigma = \{0, 1\}^*$. Teken eindige automaten $M_1, \ldots, M_4$ (DFA's, NFA's of NFA$_\epsilon$'s) én geef reguliere expressies $r_1, \ldots, r_4$ voor de onderstaande talen (d.w.z zo dat voor $i = 1, 2, 3, 4$ geldt $L(M_i) = A_i = L(r_i)$.)

   (a) $A_1 = \{0x0 \mid x \in \Sigma^*\}$

   (b) $A_2 = \{x \mid x \in \Sigma^* \ \& \ \#_0(x) \geq 3\}$

   (c) $A_3 = \{0101, 101\}$

   (d) $A_4 = \{x \mid x \notin A_3\}$

2. Beschouw de onderstaande automaat $M = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{a, b\}, \delta, 1, \{1\})$ met

δ	a	b
1	2	4
2	1	1
3	2	5
4	1	1
5	4	3

   (a) Teken een eindige automaat M' met een minimale aantal toestanden zo dat $L(M) = L(M')$.

   (b) Bepaal de taal $L(M)$.

   (c) Beschouw de homomorfisme $h : \{a, b, c\}^* \to \{a, b\}^*$ gegeven door $h(a) = aa$, $h(b) = a$ en $h(c) = b$. Bepaal $h^{-1}(L(M))$.

3. Beschouw de volgende bewering:

   - Als A regulier is en $B \subseteq A$, dan is B ook regulier.

   Is deze bewering waar? Zo ja, bewijs dit; zo nee, geef een tegenvoorbeeld.

4. Welke van de volgende talen is regulier? Beargumenteer!

   (a) $A_1 = \{w1^{|w|} \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

   (b) $A_2 = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$

   (c) $A_3 = A_1 \cap A_2$

5. Bewijs dat de taal $\{a^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\}$ niet regulier is.