

## Deeltoets 2 (voorbeeld)

De toets bestaat uit 5 opgaven. Lees de opgaven zorgvuldig, schrijf duidelijk en beargumenteer je antwoorden. Schrijf op elk ingeleverd blad je naam en je collegekaartnummer. Succes!

1. Zij  $L = \{wc^n \mid w \in \{a, b\}^* \text{ en } \#_a(w) = n \text{ of } \#_b(w) = n\}$ . B.v.  $abbbbac^2, abbbbac^4 \in L$  en  $abbbbac^3 \notin L$ .

- (a) (5 punten) Teken een niet-deterministische pushdown automaat  $M$  met  $L(M) = L$ .  
 (b) (5 punten) Geef een context-vrije grammatica  $G$  met  $L(G) = L$ .

2. Voor twee verzamelingen  $A$  en  $B$  definiëren we het *verschil*  $A - B$  als  $\{a \in A \mid a \notin B\}$ . Beschouw de beweringen:

- (a) (5 punten) Als  $L_1$  context-vrij is en  $L_2$  is regulier, dan is  $L_1 - L_2$  context-vrij.  
 (b) (5 punten) Als  $L_1$  en  $L_2$  context-vrij zijn, dan is  $L_1 - L_2$  dat ook.

Zijn deze beweringen waar? Zo ja, bewijs dit; zo nee, geef een tegenvoorbeeld.

3. Zij  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \vdash, \sqcup, \delta, 1, t, r)$  met  $Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, t, r\}$ ,  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $\Gamma = \{a, b, c, \vdash, \sqcup, \diamond\}$  en  $\delta$  partieel gegeven door

$\delta$	$\vdash$	$a$	$b$	$c$	$\sqcup$	$\diamond$
1	$(1, \vdash, R)$	$(2, \vdash, R)$	$(r, -, -)$	$(r, -, -)$	$(t, -, -)$	$(6, \diamond, R)$
2	-	$(2, a, R)$	$(3, \diamond, R)$	$(r, -, -)$	$(r, -, -)$	$(2, \diamond, R)$
3	-	$(r, -, -)$	$(3, b, R)$	$(4, \diamond, R)$	$(r, -, -)$	$(3, \diamond, R)$
4	-	$(r, -, -)$	$(r, -, -)$	$(5, \diamond, L)$	$(r, -, -)$	-
5	$(1, \vdash, R)$	$(5, a, L)$	$(5, b, L)$	-	-	$(5, \diamond, L)$
6	-	$(r, -, -)$	$(r, -, -)$	$(r, -, -)$	$(t, -, -)$	$(6, \diamond, R)$
$t$	-	-	-	-	-	-
$r$	-	-	-	-	-	-

- (a) Geldt  
 i. (2 punten)  $abcc \in L(M)$ ?  
 ii. (2 punten)  $accb \in L(M)$ ?  
 (b) (5 punten) Bepaal  $L(M)$ .

4. (6 punten) Zij  $P$  de eigenschap van recursief opsombare verzamelingen gegeven door

$$P(A) = \begin{cases} \top & \text{als } \epsilon \notin A \\ \perp & \text{anders.} \end{cases}$$

Is  $P$  beslisbaar of semi-beslisbaar? Bewijs!

5. Geef voor  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  verzamelingen  $A_i \subseteq \{0, 1, \#\}^*$  met

- (a) (2 punten)  $A_1$  is deterministisch context-vrij maar niet regulier,  
 (b) (2 punten)  $A_2$  is context-vrij maar niet deterministisch,  
 (c) (2 punten)  $A_3$  is recursief maar niet context-vrij,  
 (d) (2 punten)  $A_4$  is recursief opsombaar maar niet recursief,  
 (e) (2 punten)  $A_5$  is niet recursief opsombaar.